

Взорець екзаменаційної роботи з математики

Завдання 1–20 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в бланку А згідно з інструкцією.

1. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

А	Б	В	Г	Д
-9	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	9

2. Прямі l , m і n лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α .

А	Б	В	Г	Д
110°	50°	60°	70°	80°



3. Копіювальна машина робить 3 копії за 4 секунди. Яку максимальну кількість копій можна одержати за 1 хвилину?

А	Б	В	Г	Д
45	60	75	80	120

4. Яке з наведених чисел є коренем рівняння $\frac{5x + 8}{3} = 1$?

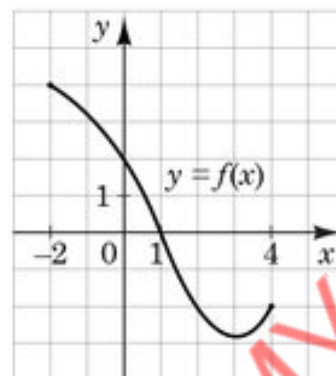
А	Б	В	Г	Д
1	0	3	-2	-1

5. Сума довжин усіх ребер куба дорівнює 72 см. Визначте довжину одного ребра цього куба.

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	9 см	12 см	18 см

6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 4]$. Укажіть *нуль* цієї функції.

А	Б	В	Г	Д
$x = -2$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 4$



7. Розв'яжіть рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-4; 3$	$1; 3$	$-3; -1$	$-2; 3$	$-1; 4$

8. На вершину гори ведуть 5 доріг. Скільки всього є варіантів вибору маршруту підйому на вершину гори однією дорогою, а спуску – іншою?

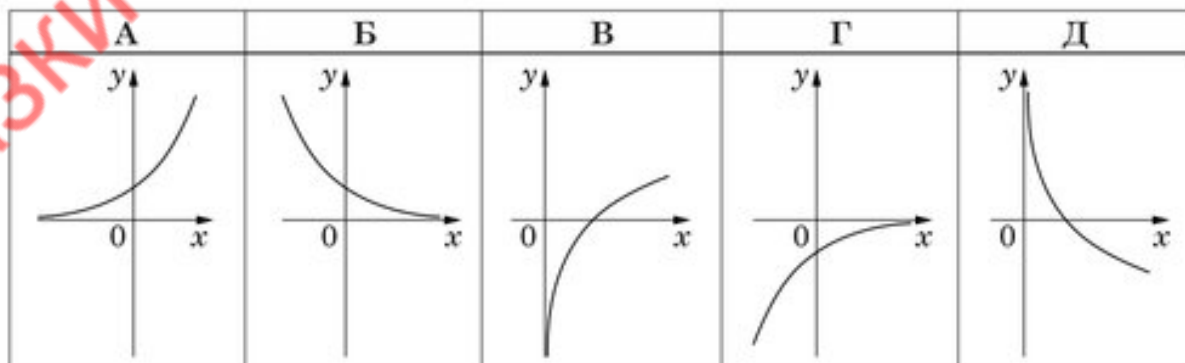
А	Б	В	Г	Д
5	9	10	20	25

9. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Діагоналі будь-якого ромба ділять його кути навпіл.
 II. Діагоналі будь-якого чотирикутника точкою перетину діляться навпіл.
 III. Діагоналі будь-якого квадрата перпендикулярні.

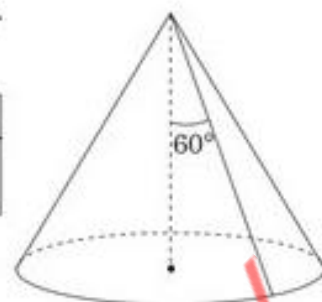
А	Б	В	Г	Д
лише I	I, II та III	лише III	лише I та II	лише I та III

10. На якому з рисунків зображено ескіз графіка функції $y = (0,5)^x$?



11. Радіус основи конуса дорівнює r , твірна – l . Твірна утворює з висотою конуса кут 60° (див. рисунок). Визначте $\frac{r}{l}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{r}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{r}{l} = \frac{1}{2}$	$\frac{r}{l} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{r}{l} = 2$	$\frac{r}{l} = \sqrt{3}$



12. Розкладіть вираз $(x + y)^2 - 9x^2$ на множники.

- А $(-8x + y)(10x + y)$
 Б $(-2x - y)(4x - y)$
 В $(-2x + y)(4x + y)$
 Г $(4x + y)^2$
 Д $(-2x + y)^2$

13. Графік довільної функції $y = f(x)$ паралельно перенесли вздовж осі y на 3 одиниці вниз. Графік якої з наведених функцій отримали?

А	Б	В	Г	Д
$y = f(x + 3)$	$y = f(x) + 3$	$y = 3f(x)$	$y = f(x) - 3$	$y = f(x - 3)$

14. Спростіть вираз $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$	1	$\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$

15. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 6 > 2x, \\ 7x - 28 \leq 0. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 3)$	$(3; 4]$	$(-\infty; -3)$	$(-3; 4]$	$(-\infty; 4]$

16. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{64} x = \frac{1}{2}$.

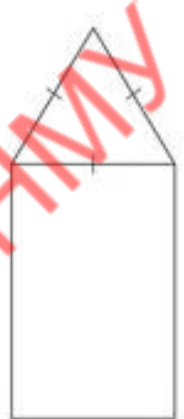
А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 6]$	$(6; 32)$	$[32; +\infty)$

17. Скільки всього *цілих* чисел містить інтервал $(\sqrt{8}; \sqrt{81})$?

А	Б	В	Г	Д
8	7	6	5	4

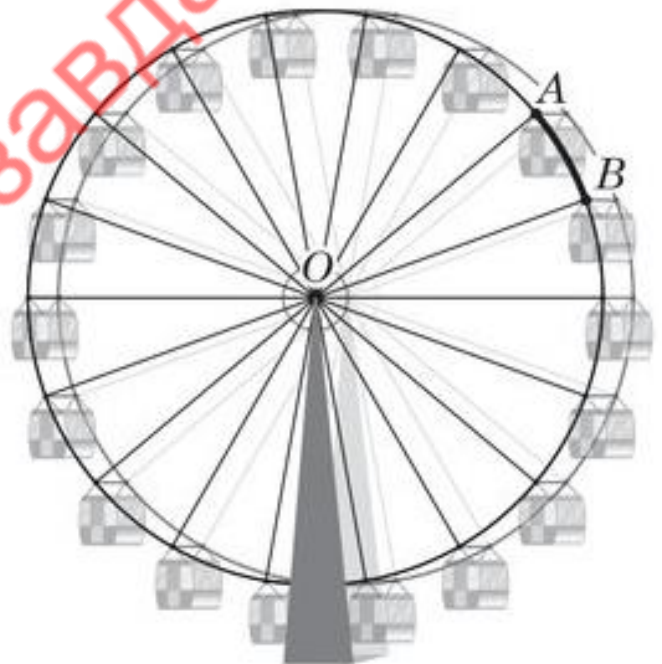
18. На рисунку зображено прямокутник і трикутник, що є гранями правильної трикутної призми. Периметр цього прямокутника дорівнює 38 см. Визначте площу основи цієї призми, якщо довжина висоти призми дорівнює 11 см.

А	Б	В	Г	Д
$16\sqrt{3} \text{ см}^2$	$32\sqrt{3} \text{ см}^2$	24 см^2	64 см^2	$24\sqrt{3} \text{ см}^2$



19. Каркас колеса огляду складається з двох однакових кіл, до яких прикріплено 18 кабінок на однаковій відстані одна від одної, та ребер (радіусів кіл), що з'єднують місця прикріплення кабінок та центри кіл (див. рисунок). Довжина кожного ребра дорівнює 27 м. Визначте довжину дуги AB кола із центром у точці O . Укажіть відповідь, найближчу до точної. Товщиною каркасу знехтуйте.

А	Б	В	Г	Д
12,6 м	9,5 м	5,4 м	4,6 м	3,2 м



20. Функція $F(x) = 5x^4 - 1$ є первісною функції $f(x)$. Укажіть функцію $G(x)$, яка також є первісною функції $f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$G(x) = x^5 - x$	$G(x) = 5x^4 - x$	$G(x) = 20x^3$	$G(x) = 5x^4 + 1$	$G(x) = x^4 - 5$

У завданнях 21–24 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

21. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

- 1 Функція $y = \sqrt{x - 4}$
- 2 Функція $y = x + 4$
- 3 Функція $y = x^3$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Закінчення речення

- А спадає на проміжку $(-\infty; +\infty)$.
- Б не визначена в точці $x = 1$.
- В є парною.
- Г набуває додатного значення в точці $x = -3$.
- Д є непарною.

22. Установіть відповідність між виразом (1–3) та тотожно рівним йому виразом (А – Д), якщо a – довільне від'ємне число.

Вираз

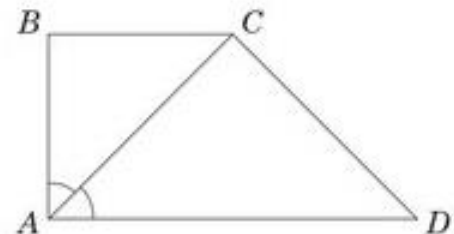
- 1 a^0
- 2 $|a| + a$
- 3 $a \log_2 2^a$

Тотожно рівний вираз

- А 0
- Б $2a$
- В a^2
- Г 1
- Д $-2a$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

23. Бічні сторони AB та CD прямокутної трапеції $ABCD$ дорівнюють 6 см і 10 см відповідно. Менша діагональ трапеції лежить на бісектрисі її прямого кута (див. рисунок). Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А – Д).



Відрізок

- 1 основа BC
- 2 проекція сторони CD на пряму AD
- 3 середня лінія трапеції $ABCD$

Довжина відрізка

- А 6 см
- Б 8 см
- В $10\sqrt{2}$ см
- Г 10 см
- Д 14 см

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

24. Установіть відповідність між вимірами циліндра (1–3) та правильним щодо нього твердженням (А – Д).

Виміри циліндра

- 1 радіус основи дорівнює 6,
висота – 4
- 2 радіус основи дорівнює 2,
висота – 6
- 3 радіус основи дорівнює 4,
висота – 6

Твердження щодо циліндра

- А циліндр утворено обертанням прямокутника зі сторонами 4 та 6 навколо більшої сторони
- Б площа основи циліндра дорівнює 12π
- В твірна циліндра дорівнює 4
- Г площа бічної поверхні циліндра дорівнює 24π
- Д об'єм циліндра дорівнює 48π

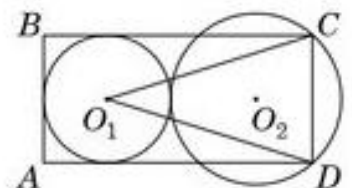
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 25–32. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

25. Вартість оренди автомобіля бюджетного класу складається з основної плати та додаткової плати за понаднормовий пробіг. За перевищення норми пробігу (50 км за одну добу) нараховують додаткову плату в розмірі 6 грн за кожен понаднормовий кілометр. Пробіг автомобіля, орендованого на 6 днів, становить 420 км.

- Яку суму грошей P (у грн) становитиме додаткова плата за понаднормовий пробіг орендованого автомобіля?
- Основна плата за оренду автомобіля є фіксованою й становить 400 грн за кожен день. Скільки відсотків від основної плати за 6 днів становить сума грошей P ?

26. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ та два кола, що мають зовнішній дотик. Коло із центром у точці O_1 дотикається сторін AB , BC та AD , а коло із центром у точці O_2 проходить через вершини C та D . Відстані від точки O_2 до вершини C та сторони CD дорівнюють 20 см та 12 см відповідно.



- Визначте радіус меншого кола (у см).
- Обчисліть площу трикутника DO_1C (у см^2).

27. В арифметичній прогресії (a_n) відомо, що $a_2 - a_5 = 7,8$.

- Визначте різницю d цієї прогресії.

2. Визначте перший член a_1 цієї прогресії, якщо її третій член $a_3 = -1,8$.

28. Човен проплив 18 км проти течії річки, витративши вдвічі менше часу, ніж на подолання 48 км за течією. Власна швидкість човна є сталою. Визначте власну швидкість човна (у км/год), якщо швидкість течії дорівнює 2,5 км/год.

29. У першому рядку таблиці наведено значення температури повітря, яку вимірювали на метеостанції через кожні 3 години впродовж доби. У другому рядку зазначено частоту фіксувань відповідного значення температури впродовж доби. За даними метеостанції визначте середню температуру (у $^{\circ}\text{C}$) протягом цієї доби.

Температура, $^{\circ}\text{C}$	12	15	17	18
Частота фіксувань	1	4	2	1

30. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см, апофема – 13 см. Обчисліть об'єм (у см^3) цієї піраміди.

31. Для участі в роботі студентської ради з кожної з двох груп навчання вибирають по 1 студенту. Серед 24 студентів першої групи проживають у гуртожитку 6 студентів, а серед 28 студентів другої групи – 14 студентів. Яка ймовірність того, що обидва вибрані для роботи в раді студенти будуть з тих, хто проживає в гуртожитку?

32. У прямокутній системі координат xu на площині коло задано рівнянням $x^2 - 4x + y^2 + 12y = 9$. Центр O цього кола збігається з точкою перетину діагоналей паралелограма $ABCD$. Визначте координати вершини $C(x_C; y_C)$, якщо вектор $\overrightarrow{OA}(-1; 2)$. У відповіді запишіть добуток $x_C \cdot y_C$.

Розв'яжіть завдання 33–35. Запишіть у бланку B послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи те твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

33. Задано функції $f(x) = 1$ та $g(x) = \sin x$.

Завдання (1–3) виконайте на одному рисунку.

1. Побудуйте графік функції f .

2. Побудуйте графік функції g на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

3. Позначте на рисунку точку, що є спільною для обох побудованих графіків функцій f і g , і запишіть її координати.

4. Знайдіть множину всіх коренів рівняння $f(x) = g(x)$ на інтервалі $(-\infty; +\infty)$.

34. У прямокутному паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через сторону AD нижньої основи й середину ребра $B_1 C_1$ проведено площину γ . Висота паралелепіпеда дорівнює 18, грань $CC_1 D_1 D$ є квадратом. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут α .

1. Побудуйте переріз паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною γ .
2. Укажіть вид перерізу та обґрунтуйте свій висновок.
3. Визначте площу перерізу.

35. Задано рівняння $(5^{2x+1} - 25^x - 20)(\sqrt{ax-6} - \sqrt{a-2x}) = 0$, де x – змінна, a – стала.

1. Розв'яжіть рівняння $5^{2x+1} - 25^x - 20 = 0$.
2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень a .

Зразки тестових завдань ІФНМУ